

# *Lógica e Especificação*

## *Aula Inaugural*

Bruno Lopes

Instituto de Computação  
Universidade Federal Fluminense

2017.2

## Programação de computadores

A arte de saber explicar tarefas para realização de objetivos específicos, no nível de competência (conhecimento?) da máquina (computador).

▶ Programa

## *Programação de computadores*

A arte de saber explicar tarefas para realização de objetivos específicos, no nível de competência (conhecimento?) da máquina (computador). [▶ Programa](#)

### *Exemplo*

Como faço um robô recuperar (encontrar) um bilhete dentro do meu quarto?

## *Programação de computadores*

A arte de saber explicar tarefas para realização de objetivos específicos, no nível de competência (conhecimento?) da máquina (computador). [▶ Programa](#)

### *Exemplo*

Como faço um robô recuperar (encontrar) um bilhete dentro do meu quarto?

*Só que...*

O programa (tarefa explicada) deve funcionar sob todas as condições possíveis!

## *Programação de computadores*

A arte de saber explicar tarefas para realização de objetivos específicos, no nível de competência (conhecimento?) da máquina (computador). [▶ Programa](#)

### *Exemplo*

Como faço um robô recuperar (encontrar) um bilhete dentro do meu quarto?

### *Só que...*

O programa (tarefa explicada) deve funcionar sob todas as condições possíveis!

### *Entretanto...*

Como garantir que o robô sempre encontrará o bilhete?

## *Programa*

Sequência lógica de comandos/instruções escritos no nível de competência de uma máquina (autômato).

## *Programa*

Sequência lógica de comandos/instruções escritos no nível de competência de uma máquina (autômato).

## *Exemplo*

- A máquina “sabe” comparar números.
- Como programá-la para encontrar o empregado mais bem pago de uma empresa?

## *Programa*

Sequência lógica de comandos/instruções escritos no nível de competência de uma máquina (autômato).

## *Exemplo*

- A máquina “sabe” comparar números.
- Como programá-la para encontrar o empregado mais bem pago de uma empresa?

## *Entretanto...*

Programas podem, após serem iniciados, nunca parar! ▶ Programa



## *Termos básicos*

*Matemática: “The science that draws necessary conclusions.”*

(Peirce)

μάθημα (Máthema ou estudo/aprendizado)

## Termos básicos

*Ciência*: Área do conhecimento humano que estuda fenômenos naturais/humanos definindo **teorias** (com capacidade de predição) sobre estes fenômenos.

*“Princípio da falseabilidade é essencial.”* (Popper)

# Termos básicos

*Engenharia: “Aplicação da Ciência e Matemática através da qual as propriedades da matéria e as fontes de energia são tornadas úteis às pessoas.” (Dic. Merriam-Webster, 2001)*

*“Engineering is the application of math and science to create something of value from our natural resources.” (IEEE- 2002)*

## *Lógica*

Estudo da (boa) argumentação.

## *Lógica*

Estudo da (boa) argumentação.

## *Teorema*

Uma proposição que possui uma demonstração (prova).

## Exemplos

- “ $\sqrt{2}$  não é um número racional.” (Euclides, 300 a.c.)

Teoremas são  
úteis?

## Exemplos

- “A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.” (Pitágoras, 350 a.c.)

Teoremas são  
úteis?

## Exemplos

- “*Todo curva fechada separa o plano em duas regiões disjuntas.*” (Jordan, 1887)

Teoremas são  
úteis?



## Exemplos

- *“Todo mapa normal pode ser colorido com quatro cores.”*  
(Appel & Haken, 1976)

Teoremas são  
úteis?

## Exemplos

- “Não existe programa capaz de testar se programas param ou não.” (Turing, 1935)

Teoremas são  
úteis?

## Exemplos

- “O programa que controla os trens do metrô (Rio) não permite colisões entre trens.” (???)

Teoremas são  
úteis?

## Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.

## Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos  $a$  e  $b$  tais que  $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$  de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente,  $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 2$ .

## Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos  $a$  e  $b$  tais que  $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$  de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente,  $(\frac{a}{b})^2 = 2$ .
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que  $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$ .

## Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos  $a$  e  $b$  tais que  $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$  de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente,  $(\frac{a}{b})^2 = 2$ .
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que  $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$ .
- 4 Então  $a^2 = 2b^2$ .

## Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos  $a$  e  $b$  tais que  $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$  de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente,  $(\frac{a}{b})^2 = 2$ .
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que  $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$ .
- 4 Então  $a^2 = 2b^2$ .
- 5 Como  $a^2$  é o dobro de  $b^2$ , então  $a^2$  é um número par.



## Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos  $a$  e  $b$  tais que  $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$  de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente,  $(\frac{a}{b})^2 = 2$ .
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que  $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$ .
- 4 Então  $a^2 = 2b^2$ .
- 5 Como  $a^2$  é o dobro de  $b^2$ , então  $a^2$  é um número par.
- 6 Como apenas quadrados de números pares geram números pares, então  $a$  também é par.

## Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos  $a$  e  $b$  tais que  $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$  de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente,  $(\frac{a}{b})^2 = 2$ .
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que  $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$ .
- 4 Então  $a^2 = 2b^2$ .
- 5 Como  $a^2$  é o dobro de  $b^2$ , então  $a^2$  é um número par.
- 6 Como apenas quadrados de números pares geram números pares, então  $a$  também é par.
- 7 Se  $a$  é par, então existe um número  $c$  tal que  $a = 2c$ .

## Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos  $a$  e  $b$  tais que  $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$  de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente,  $(\frac{a}{b})^2 = 2$ .
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que  $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$ .
- 4 Então  $a^2 = 2b^2$ .
- 5 Como  $a^2$  é o dobro de  $b^2$ , então  $a^2$  é um número par.
- 6 Como apenas quadrados de números pares geram números pares, então  $a$  também é par.
- 7 Se  $a$  é par, então existe um número  $c$  tal que  $a = 2c$ .
- 8 Dessa forma,  $(2c)^2 = 2b^2$ .

## Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos  $a$  e  $b$  tais que  $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$  de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente,  $(\frac{a}{b})^2 = 2$ .
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que  $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$ .
- 4 Então  $a^2 = 2b^2$ .
- 5 Como  $a^2$  é o dobro de  $b^2$ , então  $a^2$  é um número par.
- 6 Como apenas quadrados de números pares geram números pares, então  $a$  também é par.
- 7 Se  $a$  é par, então existe um número  $c$  tal que  $a = 2c$ .
- 8 Dessa forma,  $(2c)^2 = 2b^2$ .
- 9 Donde se obtém que  $4c^2 = 2b^2$ , que simplifica-se em  $2c^2 = b^2$

## Prova de que $\sqrt{2}$ é irracional

- 1 Supomos que raiz quadrada de dois seja de fato racional.
- 2 Então existem dois números inteiros positivos  $a$  e  $b$  tais que  $\frac{a}{b} = \sqrt{2}$  de forma que a fração esteja minimizada; equivalentemente,  $(\frac{a}{b})^2 = 2$ .
- 3 Reescrevendo a razão, tem-se que  $(\frac{a}{b})^2 = \frac{a^2}{b^2} = 2$ .
- 4 Então  $a^2 = 2b^2$ .
- 5 Como  $a^2$  é o dobro de  $b^2$ , então  $a^2$  é um número par.
- 6 Como apenas quadrados de números pares geram números pares, então  $a$  também é par.
- 7 Se  $a$  é par, então existe um número  $c$  tal que  $a = 2c$ .
- 8 Dessa forma,  $(2c)^2 = 2b^2$ .
- 9 Donde se obtém que  $4c^2 = 2b^2$ , que simplifica-se em  $2c^2 = b^2$ .
- 10 Como  $b^2$  é o dobro de  $c^2$ , então  $b^2$  também é par, o que é uma contradição ao passo 2 (ainda seria possível minimizar)!

# Desastres gerados por erros de software

## Explosão do foguete Ariane

- O foguete europeu (liderado pela França) Ariane 5, explodiu 40 segundos após seu lançamento em 1996.
- Prejuízo de US\$ 500 milhões.
- Foi aproveitado um pacote de software de navegação do Ariane 4 que não tinha erros.
- No módulo Sistema de Referência Inercial uma conversão de valores de 64-bits para 16-bits causou um operando inválido que o interrompeu.
- A falha no SRI levou o computador de bordo a modificar a trajetória do foguete levando à ruptura de juntas e isto causou a ativação da autodestruição.

# *Desastres gerados por erros de software*

## *Sistema de triagem/controlado de bagagem do aeroporto internacional de Denver (EUA)*

- A inauguração estava prevista para outubro de 1993, mas em junho do ano seguinte o sistema ainda não estava funcionando, mas gerava **prejuízos** de US\$ 1,1 milhão/dia.
- Um controle **manual** de bagagem foi instalado para que o aeroporto pudesse ser inaugurado (com atraso de mais de um ano).
- Custo do sistema: US\$ 193 milhões.
- Problema de planejamento e gerenciamento.

# Desastres gerados por erros de software

## Therac-25

- Equipamento de radioterapia controlado por computador, aplicou doses fatais de radiação em alguns pacientes de câncer entre 1985 e 1987.
- O controle de segurança feito pelo hardware em máquinas anteriores foi removido e passou a ser feito pelo software.
- O software falhou na tarefa de, ao mesmo tempo, manter invariantes essenciais: o feixe de elétrons e o dispositivo que controla a concentração do feixe em níveis seguros.



# *Desastres gerados por erros de software*

## *London Ambulance System - LAS*

- Sistema de despacho de ambulâncias em Londres, 1992.
- Morte de pessoas que não foram socorridas em tempo.
- Responsáveis contrataram uma empresa desconhecida cujo valor cobrado era menor que os cobrados pelas empresas de renome.
- Colocaram o sistema no ar sem os devidos testes.
- Não foi feita uma migração correta do sistema antigo para o novo.

# *Desastres gerados por erros de software*

## *Sizewell-B*

Quando decidiram testar o subsistema de desligamento de emergência de uma usina nuclear na Inglaterra, este falhou em mais de 50% das vezes. Não conseguiram encontrar a razão da falha nas 100.000 linhas de código.

# Desastres gerados por erros de software

## Mísseis Patriot

Em fevereiro de 1991 um míssil Scud foi lançado pelo Iraque contra a Arábia Saudita, atingindo uma base americana em Dahran, vitimando 28 soldados. O sistema de defesa que lançara um míssil Patriot deveria ter interceptado o míssil Scud, mas por um erro de *software* o míssil Patriot não atingiu seu alvo.

# Como saber se um argumento (prova) está correto?

- Exemplos de argumentos em linguagem natural sobre fatos corriqueiros
- Exemplos de argumentos usando (e sobre) entidades abstratas e infinitas

# *Alguns argumentos (bons ou não)...*

- Já que os cientistas não podem provar que há o aquecimento global, ele não existe.

## *Alguns argumentos (bons ou não)...*

- Já que os cientistas não podem provar que há o aquecimento global, ele não existe.
- Sabendo-se que bruxas não existem; todas as bruxas possuem vassouras azuis.

## *Alguns argumentos (bons ou não)...*

- Já que os cientistas não podem provar que há o aquecimento global, ele não existe.
- Sabendo-se que bruxas não existem; todas as bruxas possuem vassouras azuis.
- Se jogamos bem, ganhamos. Ganhamos. Logo, jogamos bem.

## *Alguns argumentos (bons ou não)...*

- Já que os cientistas não podem provar que há o aquecimento global, ele não existe.
- Sabendo-se que bruxas não existem; todas as bruxas possuem vassouras azuis.
- Se jogamos bem, ganhamos. Ganhamos. Logo, jogamos bem.
- Todos os que avançam a linha cairão no buraco. Alguém caiu no buraco, então alguém avançou a linha.



## *Alguns argumentos (bons ou não)...*

- Já que os cientistas não podem provar que há o aquecimento global, ele não existe.
- Sabendo-se que bruxas não existem; todas as bruxas possuem vassouras azuis.
- Se jogamos bem, ganhamos. Ganhamos. Logo, jogamos bem.
- Todos os que avançam a linha cairão no buraco. Alguém caiu no buraco, então alguém avançou a linha.
- Tudo que é raro é caro. Um carro bom e barato é raro. Então, um carro bom e barato é caro.

## *Alguns argumentos (bons ou não)...*

- Já que os cientistas não podem provar que há o aquecimento global, ele não existe.
- Sabendo-se que bruxas não existem; todas as bruxas possuem vassouras azuis.
- Se jogamos bem, ganhamos. Ganhamos. Logo, jogamos bem.
- Todos os que avançam a linha cairão no buraco. Alguém caiu no buraco, então alguém avançou a linha.
- Tudo que é raro é caro. Um carro bom e barato é raro. Então, um carro bom e barato é caro.
- Alguns paulistanos são brasileiros. Alguns paulistas são brasileiros. Então alguns paulistanos são paulistas.

# Uma aplicação do Teorema de Jordan



# Uma aplicação do Teorema de Jordan



Saber teoremas pode ser um  
diferencial!

# Teoremas, resolução e explicação de problemas

*Um problema...*

Um vaso antigo e valioso foi roubado de um museu. O ladrão (ou os ladrões) fugiu(ram) de carro. Três famosos delinquentes,  $A$ ,  $B$  e  $C$ , foram presos e interrogados. Os seguintes fatos ficaram estabelecidos:

- nenhuma outra pessoa, salvo  $A$ ,  $B$  e  $C$ , estava implicada no roubo;
- $C$  nunca pratica nenhum roubo sem usar  $A$  (e talvez outros) como cúmplice;
- $B$  não sabe dirigir.

$A$  é inocente ou  
culpado?

# *Um paradoxo e um teorema em computação*

## *Paradoxo do barbeiro...*

- Em uma cidade há um barbeiro que barbeia todo homem que não barbeia a si mesmo, e somente estes.
- Não existe homem que barbeia todo homem que não se barbeia, e somente estes.

# *Um paradoxo e um teorema em computação*

## *Paradoxo do barbeiro...*

- Em uma cidade há um barbeiro que barbeia todo homem que não barbeia a si mesmo, e somente estes.
- Não existe homem que barbeia todo homem que não se barbeia, e somente estes.

## *Turing, 1935*

*Não existe programa que para somente quando é aplicado a programas que não param.*

# *Lógica e Especificação*

*Site oficial da disciplina*

<http://www.ic.uff.br/~bruno/index.php?n=Lectures.LogicaEspecificacao>



# Lógica e Especificação

*Site oficial da disciplina*

<http://www.ic.uff.br/~bruno/index.php?n=Lectures.LogicaEspecificacao>

*Avaliação*

- Provas

# Lógica e Especificação

*Site oficial da disciplina*

<http://www.ic.uff.br/~bruno/index.php?n=Lectures.LogicaEspecificacao>

*Avaliação*

- Provas
- Listas de exercícios

# Lógica e Especificação

*Site oficial da disciplina*

<http://www.ic.uff.br/~bruno/index.php?n=Lectures.LogicaEspecificacao>

*Avaliação*

- Provas
- Listas de exercícios
- Projeto de modelagem e especificação (*model checking*)

## Bibliografia I



H. B. Enderton.

*A mathematical introduction to logic.*

Academic press New York, 1972.



Greg Restall.

*Logic: An introduction.*

Fundamentals of Philosophy. Routledge, 2006.



Raymond M. Smullyan.

*Lógica de Primeira Ordem.*

Editora Unesp, 2009.



Dirk van Dalen.

*Logic and structure.*

Springer, 2004.

**Entrada:** Lista de empregados (com salários)

**Saída:** Empregado (EMP) com maior salário

EMP = Primeiro da lista

**para cada**  $M$  **na lista de empregados** **fazer**

**se**  $\text{Salário}(M) > \text{Salário}(\text{EMP})$  **então**

        EMP = M

**fim**

**fin**

**Entrada:** Lista de empregados (com salários)

**Saída:** Empregado (EMP) com maior salário

EMP = Primeiro da lista

**para cada**  $M$  **na lista de empregados** **fazer**

**se**  $\text{Salário}(M) > \text{Salário}(\text{EMP})$  **então**

        EMP = M

**fim**

**fin**

Como se argumenta que o “programa” acima encontra o empregado com maior salário?

▶ Inicial

## Exemplo de programa que nunca para **repita**

Abra a porta da geladeira

Escolha algo

Feche a porta da geladeira

**até** *Geladeira vazia;*

▶ Definições

## Manipulação com séries infinitas

$$1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + \dots$$

$$1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + \dots = C$$

$$1 + \frac{a(1 + a + a^2 + a^3 + a^4 + a^5 + \dots)}{C} = C$$

$$1 + aC = C$$

$$C(1 - a) = 1$$

$$C = \frac{1}{1 - a}$$



## *Outros problemas...*

- Há tantos números naturais quanto pares:  $2n \rightarrow n$ .

## Outros problemas...

- As duas linhas abaixo tem a mesma quantidade de pontos.



## Outros problemas...

- Há tantos números reais entre  $-\frac{\pi}{2}$  e  $\frac{\pi}{2}$  quanto em toda a reta real.