



IV Workshop do Curso de Tecnologia em Sistemas de Computação

Pesquisas em Otimização Combinatória

Isabel Rosseti

03/05/2013

Sumário

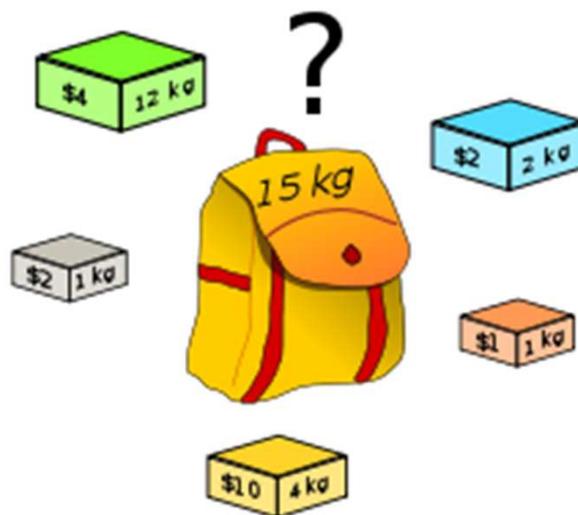
- Problemas de otimização combinatória
 - Definição
 - Exemplos
 - Métodos de resolução
- Metaheurísticas
 - Definição
 - Exemplos

Otimização Combinatória

- Refere-se ao estudo da teoria e da resolução de problemas em que se busca minimizar ou maximizar uma função de custo.
- Exemplos:
 - Mochila
 - Coloração em grafos
 - Planejamento energético
 - Caixeiro viajante
 - ...

Problema da mochila

- Motivação: ganhar numa loja uma mochila de peso P com produtos escolhidos por você.



- Objetivo?

Problema da mochila

- Objetivo: preencher a mochila com o maior valor possível, não ultrapassando P .



- **Itens são indivisíveis!**
- Aplicações reais: carregamento de veículos, entre outras.

Coloração em grafos

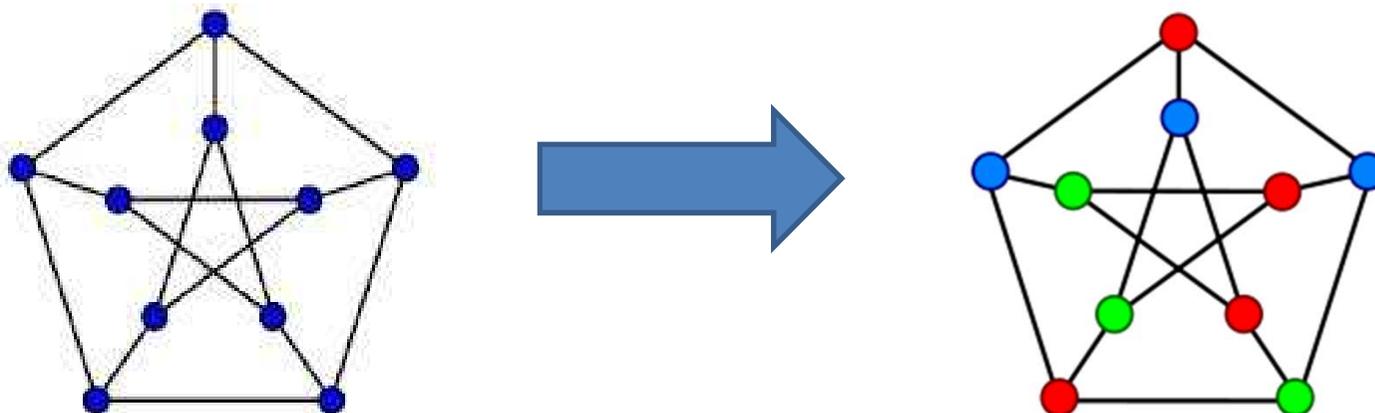
- Motivação: colorir um determinado mapa tal que não haja dois vizinhos com a mesma cor.



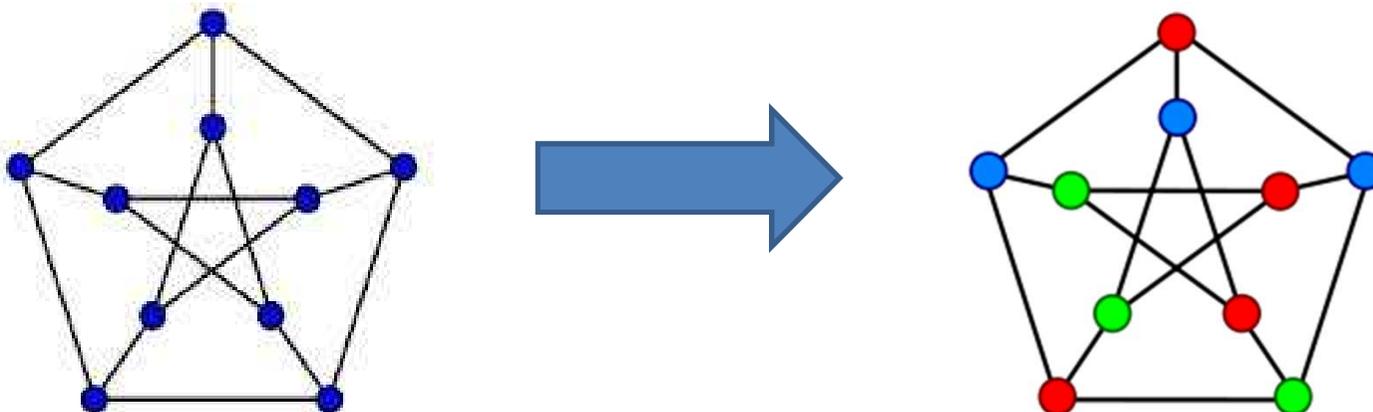
- Objetivo?

Coloração em grafos

- Objetivo: colorir um grafo, com o **mínimo** número de cores, tal que não haja dois vizinhos com a mesma cor.



Coloração em grafos



- Aplicações reais:
 - Escalonamento de salas de aulas; e
 - Designação de frequências.

Planejamento energético



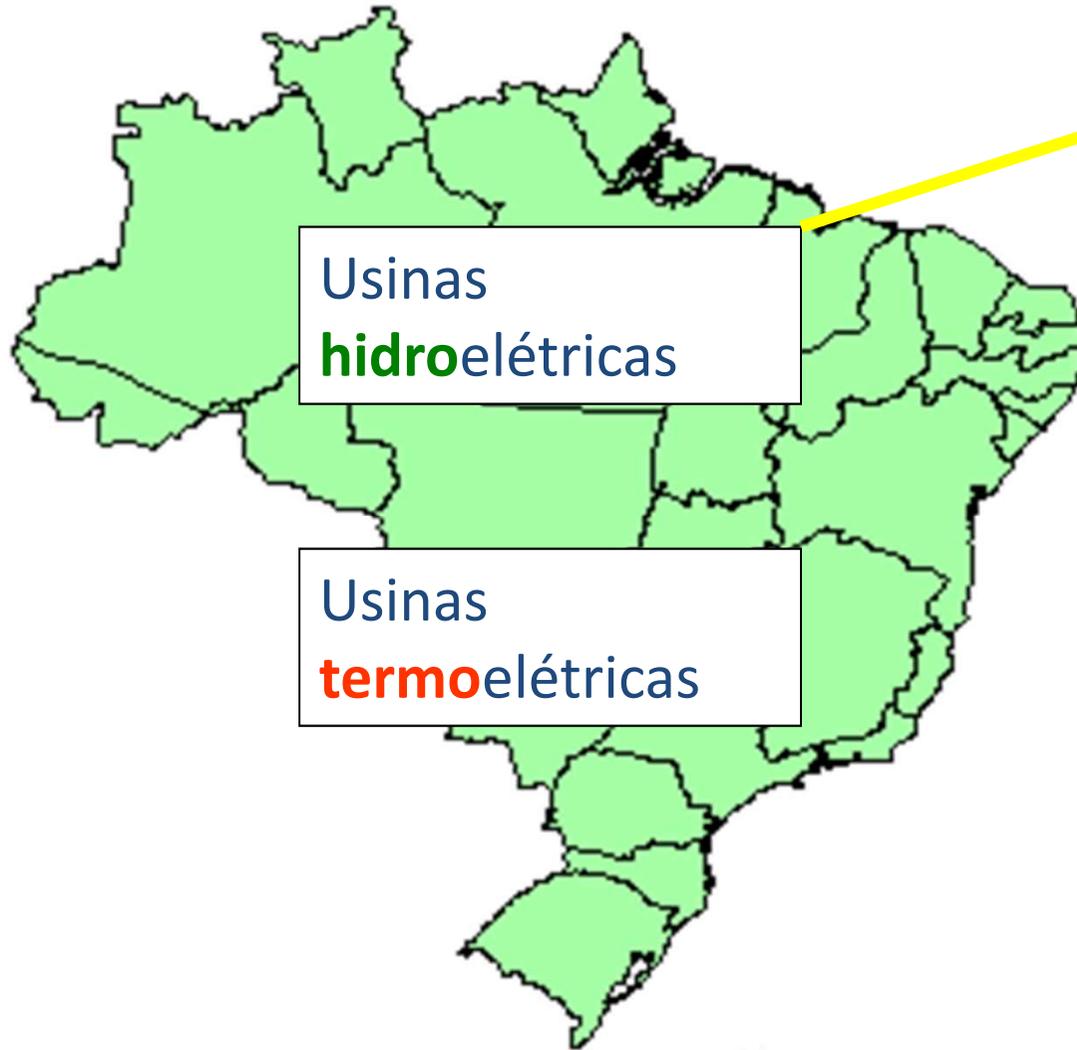
Planejamento energético



92% geração

Sistema
interdependen
te

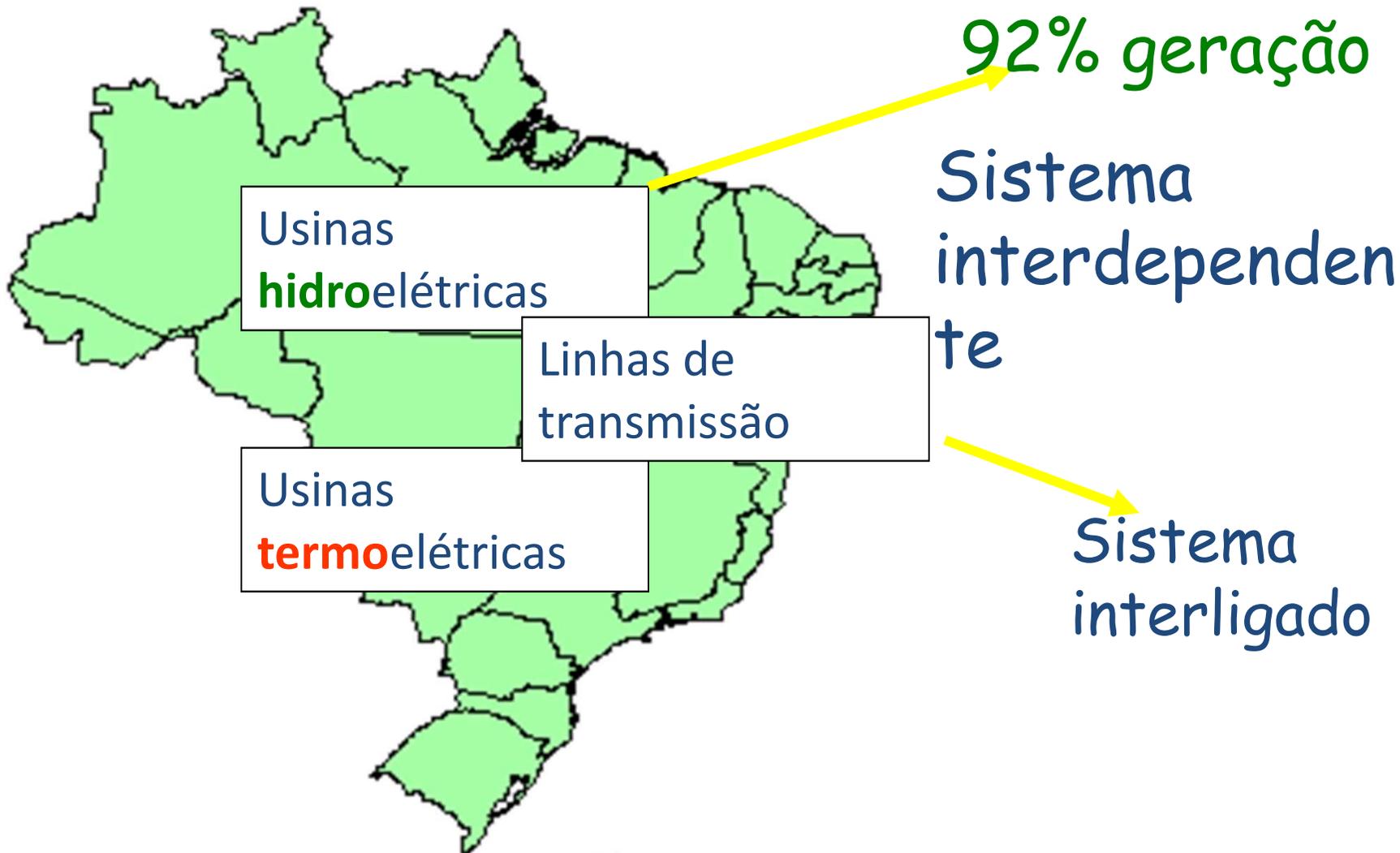
Planejamento energético



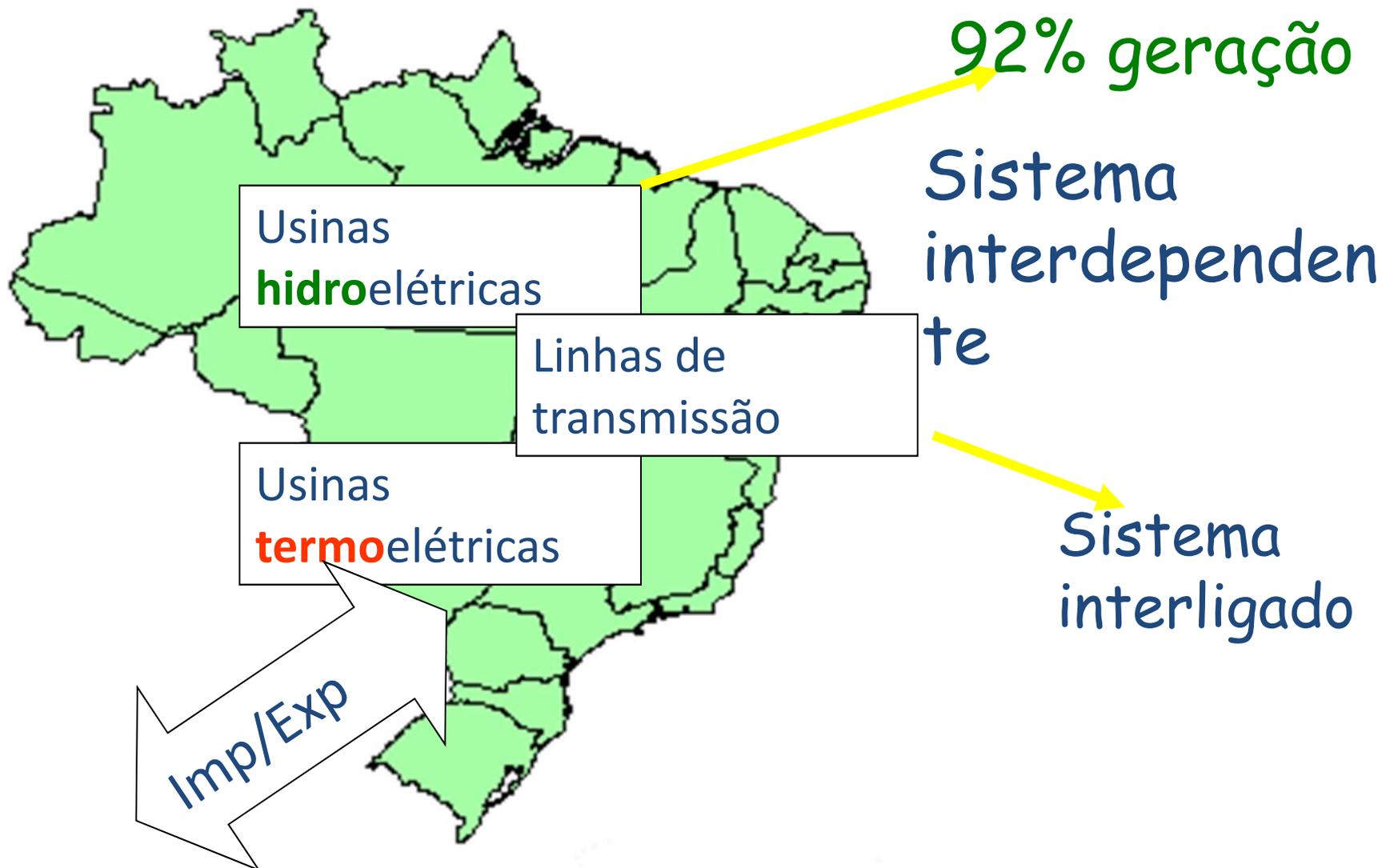
92% geração

Sistema
interdependen
te

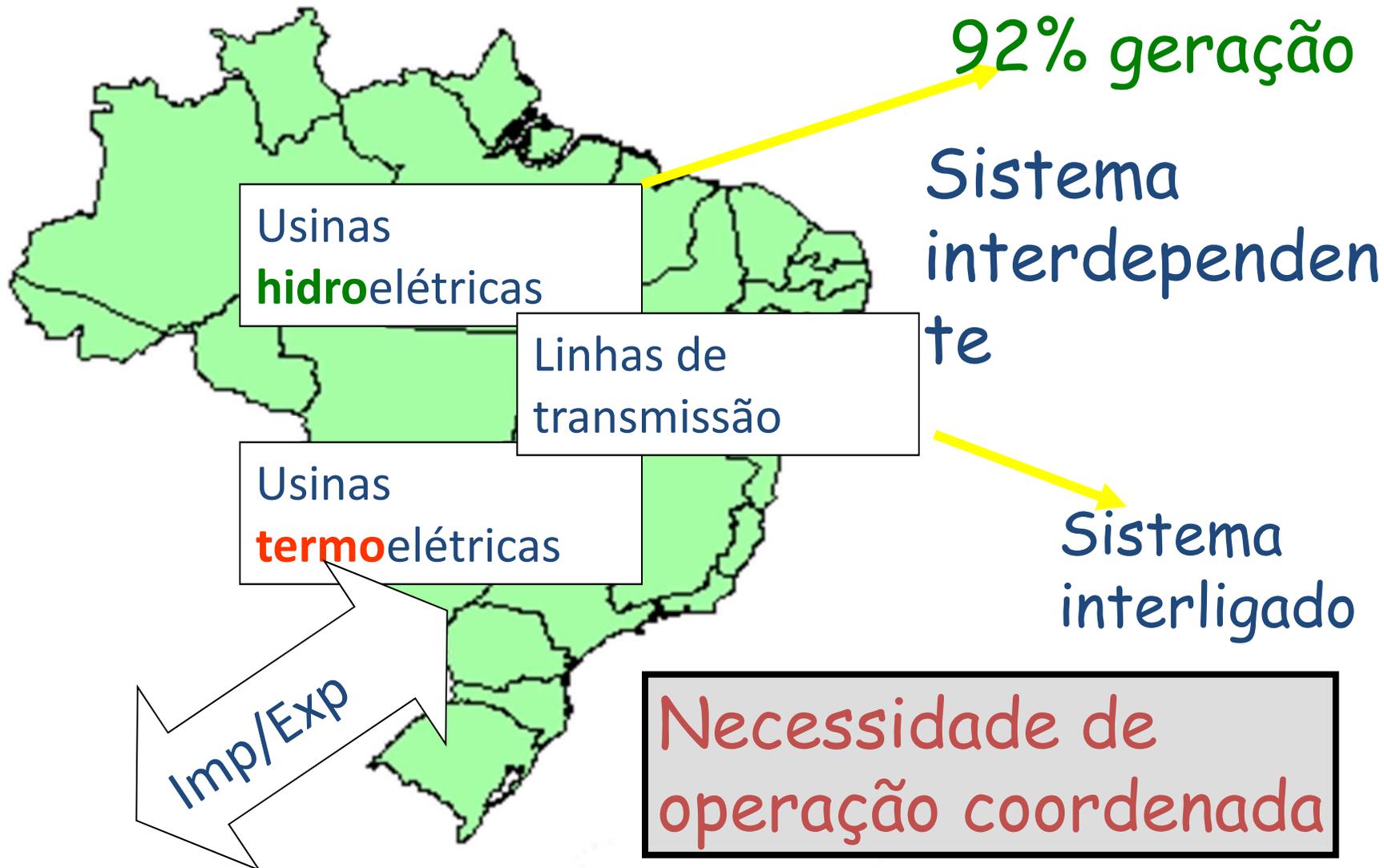
Planejamento energético



Planejamento energético



Planejamento energético

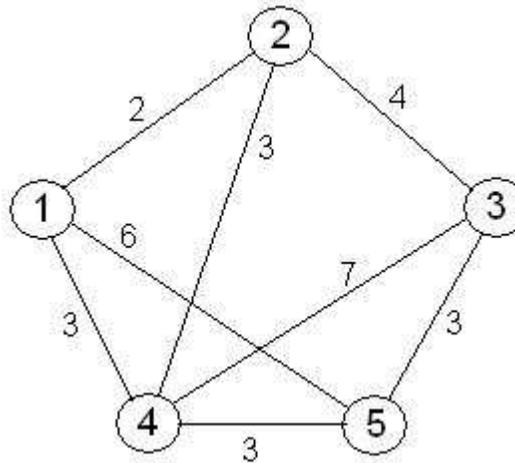


Planejamento energético

- Objetivo: **minimizar custo total** (do presente até o futuro), por meio de decisões de:
 - **Geração hidráulica;**
 - **Geração térmica; e**
 - **Corte de energia.**

Problema do caixeiro viajante

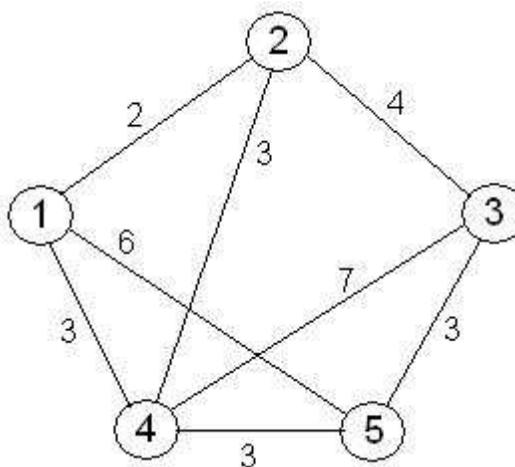
- Motivação: retirar o lixo da cidade partindo-se de um aterro sanitário.



- Objetivo?

Problema do caixeiro viajante

- Objetivo: procura de um circuito que possua a **menor distância**, começando numa cidade qualquer, dentre várias, visitando cada cidade somente uma vez e regressando à cidade inicial.



Problema do caixeiro viajante

- Aplicações reais:
 - Coleta de lixo;
 - Entrega de um produto a empresas varejistas; e
 - Vários outros problemas de roteamento.

Problema do caixeiro viajante

- Formulação matemática:

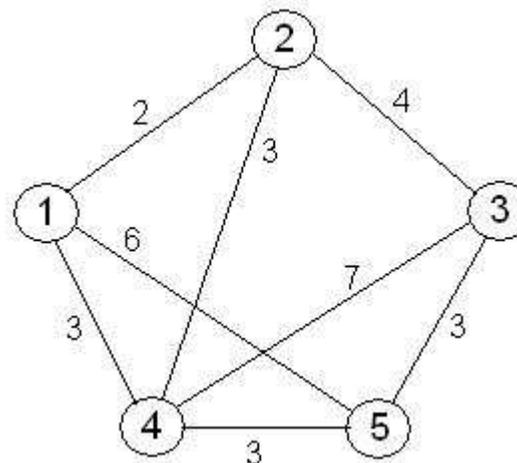
$$\min \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{talque } \sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \quad \text{para } i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad \text{para } j = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i \in K} \sum_{j \in K} x_{ij} \leq |K| - 1 \quad \text{para todo } i, j$$

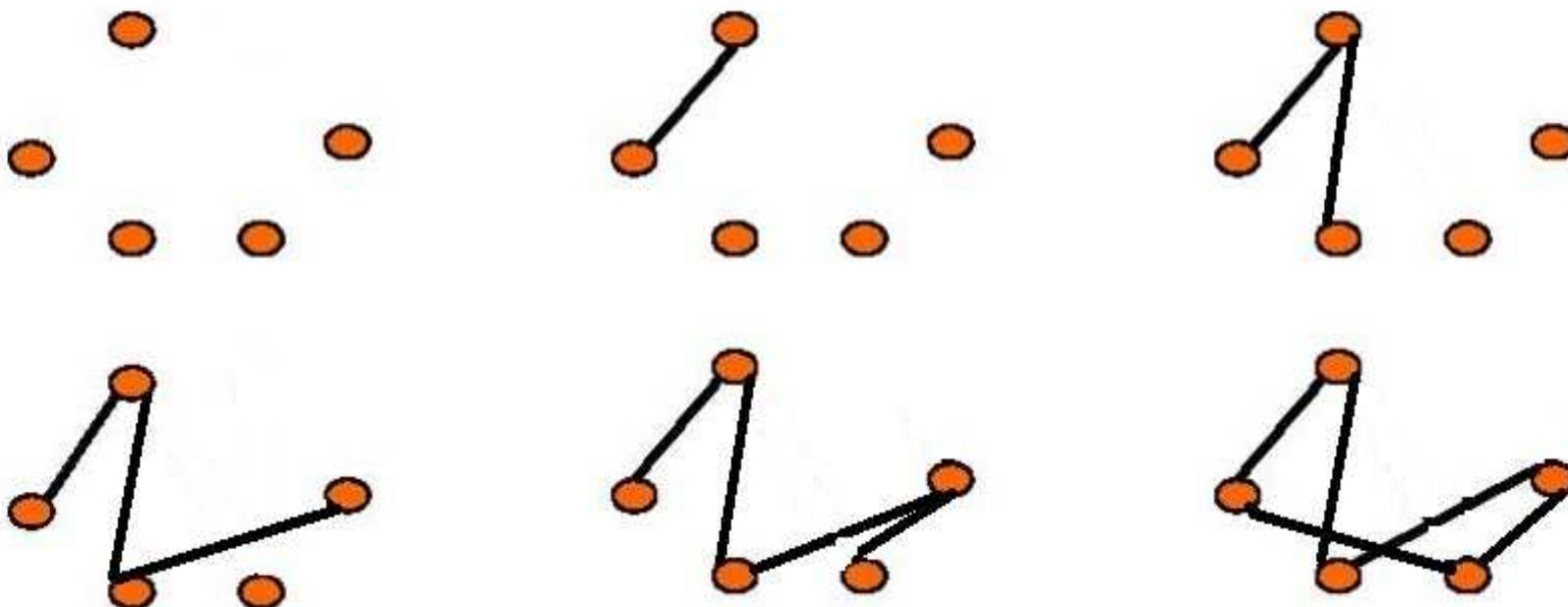
$$x_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad \text{para todo } i, j$$



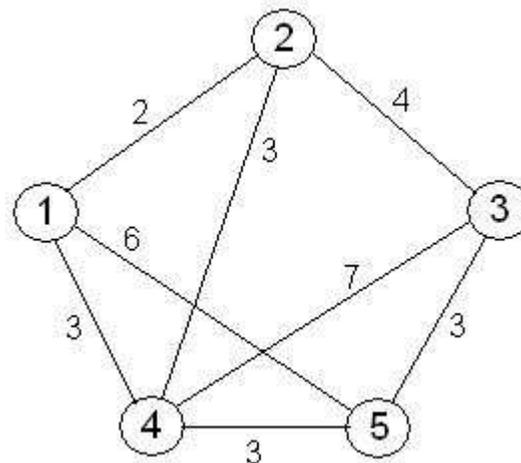
Problema do caixeiro viajante

- Maneiras de resolver?
 - Exata:
 - Enumeração de todas as possíveis soluções; e
 - Programação linear e inteira.
 - Aproximada:
 - Metaheurísticas: procedimentos genéricos para a solução aproximada de problemas de otimização combinatória.
 - Exemplos: GRASP, algoritmos genéticos, entre outras.

Algoritmos construtivos



- Exemplo de solução:
 $\{1, 2, 4, 3, 5, 1\}$
(custo = 21)



Busca local

- **Busca local:** técnica de exploração do espaço de soluções
- **Vizinhança:** jeito de introduzir noção de proximidade entre soluções
 - $\{1, 2, 4, 3, 5, 1\}$ e $\{1, 5, 4, 3, 2, 1\}$ são vizinhas (2-opt)
- **Parada:** quando não for mais possível melhorar a solução, percorrendo a vizinhança (ótimo local)

Metaheurística GRASP

- **GRASP:** Greedy Randomized Adaptive Search Procedures
- **Princípio:** combinação do método guloso com busca local, em um procedimento iterativo com iterações independentes.
- Em cada iteração:
 - (a) construção de uma solução;
 - (b) busca local; e
 - (c) atualização da melhor solução.

Metaheurística GRASP

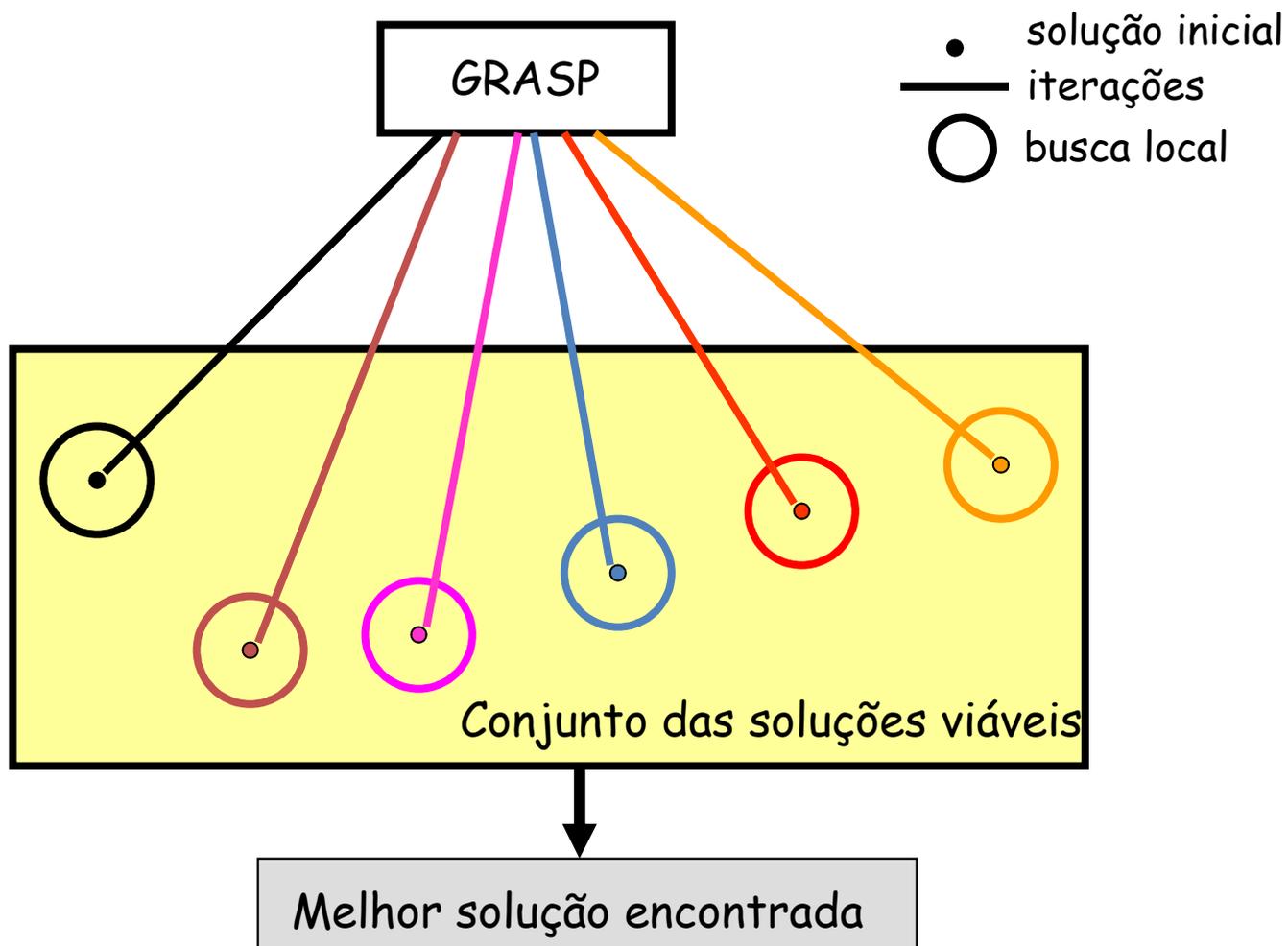
Repetir por $Max_Iterações$:

Construir uma solução gulosa;

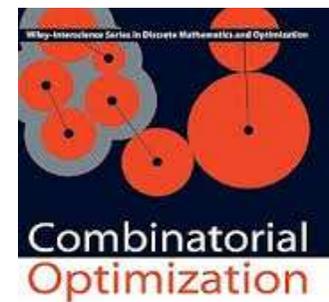
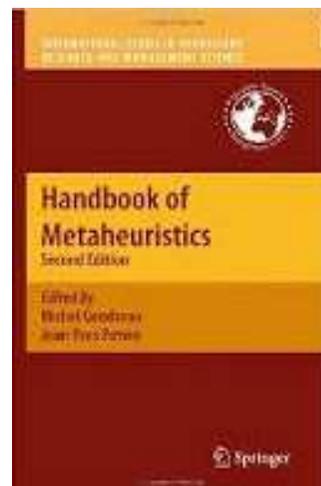
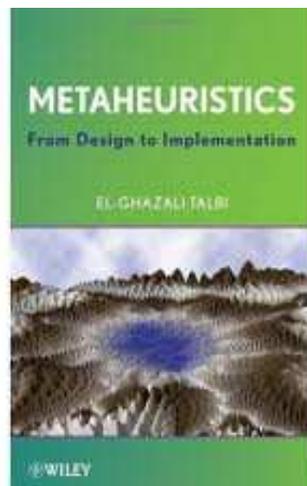
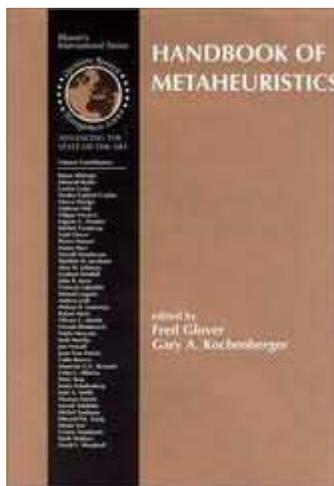
Usar busca local para melhorar a
solução gerada; e

Atualizar a melhor solução
encontrada.

GRASP



Livros sobre o assunto



William J. Cook
William H. Cunningham
William R. Pulleyblank
Alexander Schrijver



Algoritmos genéticos

- Método baseado na analogia entre o processo de **evolução natural**.
- Indivíduos mais bem sucedidos terão maior chance de sobreviver e de reproduzir.
- População representada pelos indivíduos.
- Nomenclatura:
 - Indivíduo \leftrightarrow **solução**
 - Genes \leftrightarrow **partes da solução**
- Genes de indivíduos vão espalhar-se para um maior número de gerações.



Algoritmos genéticos

- Novas soluções geradas são incluídas na população, enquanto outras são excluídas.
- Geração de novas soluções:
 - **Reprodução:** selecionar as soluções pais e executar uma operação de **crossover**;
 - **Crossover:** combinação simples das representações de cada solução.

Algoritmos genéticos

Gerar população inicial

enquanto não atingir critério-de-parada

Escolher soluções reprodutoras

Fazer o crossover entre elas

Atualizar a população

fim_enquanto